

Comment mesurer le diamètre d'un cratère lunaire?

Méthode photographique

But: A partir d'une image de la Lune d'assez haute résolution, où la Lune n'est pas visible en entier, déterminons le diamètre d'un cratère.

Principe: On va comparer le diamètre du cratère au diamètre supposé connu de la Lune. Mais comme sur l'image, la Lune n'est pas entière, il va falloir une petite astuce...

Technique: L'image doit être d'une résolution suffisante pour que les cratères soient bien visibles. Il faut donc capturer une image avec une focale assez longue (au minimum 600mm de focale). L'idéal est de capturer une vidéo, et d'en composer les images afin d'en obtenir la moyenne, puis d'accentuer légèrement ses détails (voir tutoriel sur l'acquisition des images planétaires).

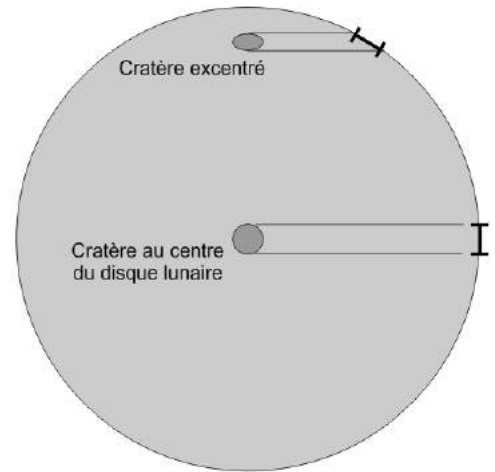
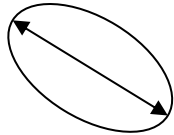
Exemple de mesure :



*Image de novembre 2012, C8 prêté par **Astronomie à l'École**, caméra PL1-M*

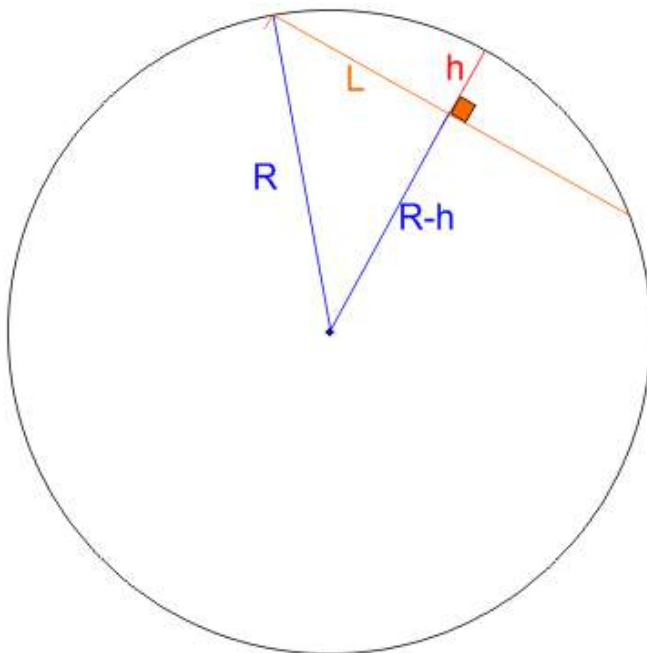
Problème n°1: Les cratères sont globalement circulaires, mais pourtant, sur l'image, ils sont tous elliptiques. C'est bien sûr parce que la Lune est sphérique, et que les cratères situés sur le bord du disque lunaire sont aplatis par la déformation de perspective, comme l'indique le schéma ci-contre.

Il faudra donc mesurer le grand axe du cratère déformé, qui correspond au diamètre du cratère non déformé par la perspective:



Problème n°2: Si le cratère est 100 fois plus petit que le diamètre de la Lune, connaissant ce dernier, il n'est pas très difficile de trouver le diamètre du cratère... Mais comme la Lune sur l'image n'est pas visible en entier, il faut pouvoir d'abord retrouver le diamètre en pixel de la Lune, sur l'image, pour que le diamètre du cratère lui soit comparé.

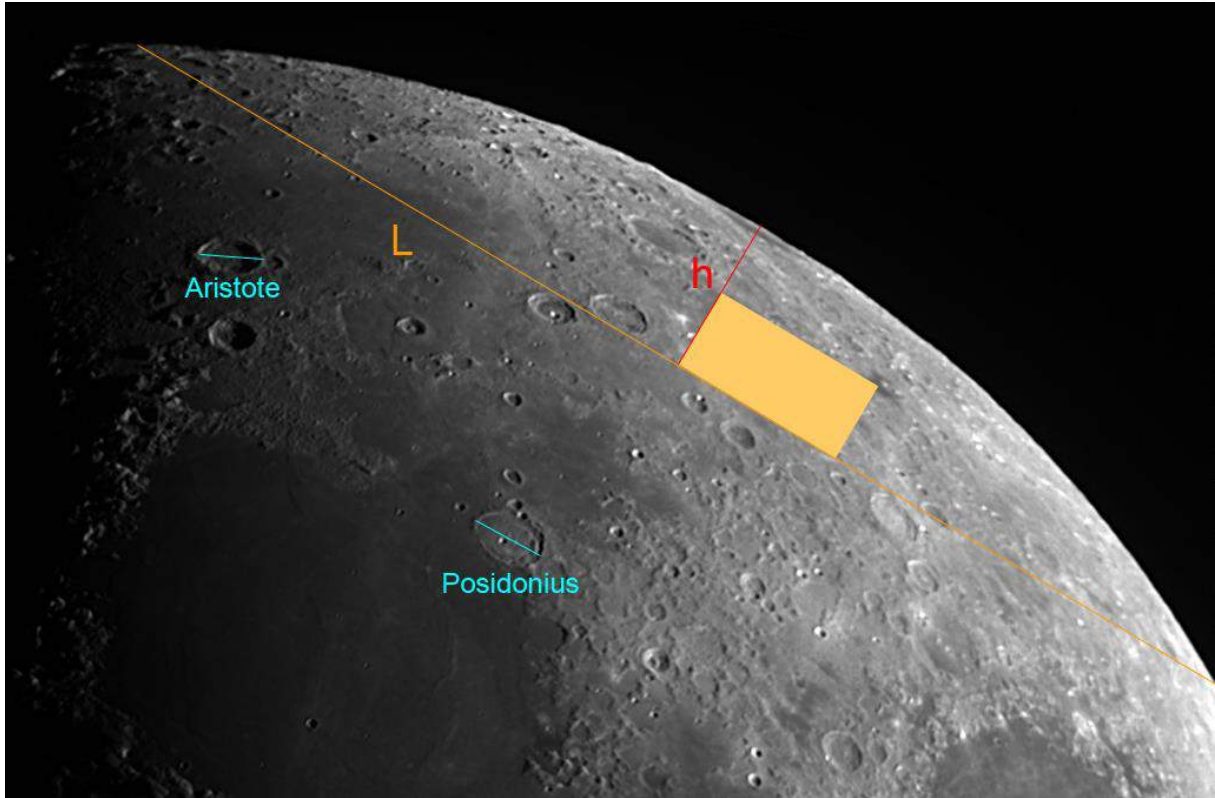
C'est là qu'intervient une petite astuce Pythagoricienne:



Vous voyez certainement qu'ici:
 $(R-h)^2 + L^2 = R^2$

Si on développe et simplifie cette équation, il reste: $R = \frac{h^2 + L^2}{2h}$

Ce qui nous indique ce qu'il faut tracer sur notre image de la Lune, pour avoir son rayon en pixels:



Les mesures de longueurs en pixels se font facilement avec n'importe quel logiciel de retouche photo.

Mesures:

Sur l'image précédente, on trouve: $L = 530 \text{ px}$
 $h = 138 \text{ px}$

Ce qui donne le rayon de la Lune sur l'image: $R = 1087 \text{ px}$

Alors qu'une question posée à un navigateur internet nous donne comme rayon lunaire $R = 1736 \text{ km}$

Un simple rapport nous permet de savoir combien on a de kilomètres par pixel:
 $1736 \text{ km} / 1087 \text{ px} = 1,6 \text{ km/px}$ sur cette photo.

On a donc un coefficient d'échelle d'environ 1,6 km par pixel.

Si on s'attaque au cratère Posidonius: Sur l'image, son grand axe vaut 62 px
 Ce qui donne "en vrai" $62 \times 1,6 \approx 99 \text{ km}$
 (Virtual Moon indique 96 km)

Si on joue avec le cratère Aristotes: Sur l'image, son grand axe vaut 54 px
 Ce qui donne "en vrai" $54 \times 1,6 \approx 86 \text{ km}$
 (Virtual Moon indique 87 km)

Champs disciplinaires :

- Questionnement scientifique (parfois appelée "démarche d'investigation"...)
- Problèmes mathématiques
- Utilisations des échelles
- Recherche d'informations
- Incertitudes de mesures
- Sans compter toute la partie basée sur la technique de capture de l'image

Matériel nécessaire:

Sans image: Il faut la capturer, donc:

- Un télescope ou une lunette ou un téléobjectif d'au moins 600 mm de focale
- Une monture équatoriale motorisée si on veut d'abord capturer une vidéo (pas indispensable)
- Une webcam (capture vidéo) ou un appareil photo réflex associé au télescope.

Pour le travail sur l'image:

- Elle peut être simplement imprimée, et le travail se fait à la règle
- Sinon, un logiciel de retouche d'image comme The Gimp, Photoshop ou autre fait l'affaire.

Pour la comparaison avec la réalité:

- Une connexion Internet
- Ou un logiciel de cartographie lunaire comme "Virtual Moon"

DIFFERENTES TECHNIQUES DE CALCUL DE DIAMETRE ET DE HAUTEUR DE CRATERES LUNAIRES

La détermination de diamètres de cratères lunaires et de hauteur de montagnes sur la lune peut se faire par des amateurs grâce à différentes méthodes plus ou moins compliquées. L'observation simple peut permettre de donner des évaluations assez grossières à l'aide de calculs simples; pour obtenir des résultats plus précis, on aura recours à des documents photographiques.

Dans cet atelier, vous seront présentées différentes méthodes de calcul que nous essaieront d'appliquer à partir des photographies jointes.

1. Diamètre d'un cratère

a- Observation

Par l'observation de la lune au télescope, on pourra obtenir une évaluation d'un diamètre de cratère lunaire. La méthode consiste à chronométrer le temps de défilement de la lune et d'un de ses cratères dans un oculaire qui sera nécessairement réticulé.

Si la lune mettra un temps t à défiler dans l'oculaire (il faudra s'efforcer de mesurer un diamètre lunaire); le cratère qui nous intéresse mettra un temps t' ; sachant que le diamètre de la lune est de 3476 km, le diamètre D du cratère vaudra:

$$D = 3476 * t' / t$$

Cette méthode est évidemment très approximative et ne pourra s'appliquer qu'à des cratères proche du méridien central lunaire, qui ne seront pas déformés par la rotondité de la lune.

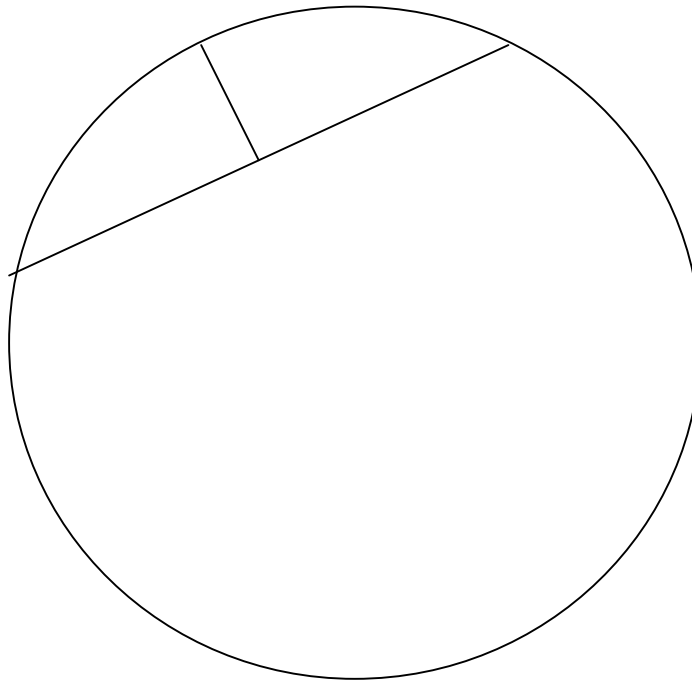
b- Photographie

Cette méthode, à partir de la détermination de l'échelle de la photographie, permettra de calculer plus précisément le diamètre d'un cratère ou d'une mer lunaire (mais aussi la taille d'une tache solaire).

Même si la photo est celle d'une sphère incomplète, il est possible de connaître le diamètre D du cercle à l'aide de l'équation suivante:

$$D = c^2 / 4b + b$$

Où c est la longueur de la corde et b la longueur de la bissectrice de cette corde comme l'indique la figure suivante:



Le diamètre de la lune **Dl** est de 3476 km. On obtient l'échelle de la photographie:

$$\text{Ech.} = \text{Dl} / \text{d} \text{ (en km/cm)}$$

Sur la photographie nous pouvons mesurer le diamètre du cratère **dc**. Attention, les objets circulaires paraissent elliptiques loin du centre de la lune. Le diamètre à mesurer est donc celui qui est perpendiculaire à la droite passant par le centre apparent de la lune, soit le grand-axe de l'ellipse.

On obtient alors le diamètre réel du cratère **Dc** par la relation suivante:

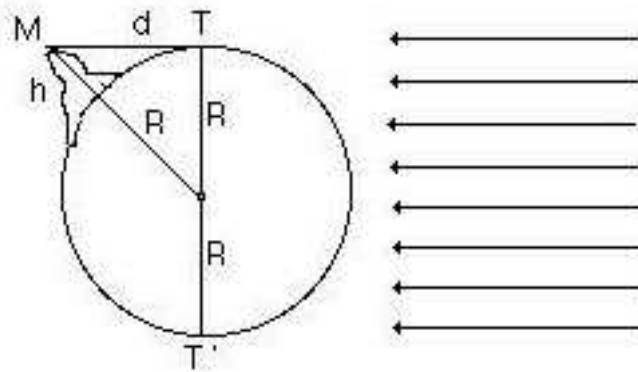
$$\text{Dc} = \text{Ech.} * \text{dc}$$

2. Hauteur de montagnes lunaires

Il existe de nombreuses méthodes pour calculer des hauteurs de montagnes ou de bord de cratères à partir de supports photographiques. L'une, déjà utilisée par Galilée, pourra être appliquée près du terminateur, côté nuit, où l'on voit apparaître le sommet d'une montagne. Les autres, plus précises, font appels à la mesure des ombres sur la photographie.

a- Méthode de Galilée

Galilée a observé la région du terminateur de la lune. Il a repéré que dans la partie sombre, les sommets des reliefs apparaissent avant leur base, éclairés par les rayons du soleil rasant. On peut voir apparaître de "petits points blancs" dans la partie nuit très proche du terminateur.



L'application du théorème de Pythagore au schéma précédent donne:

$$R^2 + d^2 = (R + h)^2$$

$$\text{Soit } h = \sqrt{R^2 + d^2} - R$$

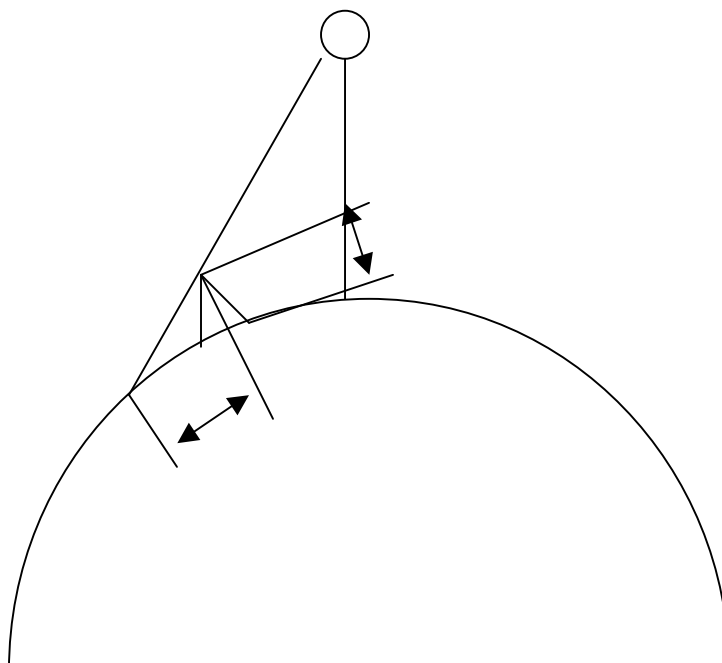
La longueur d pourra être mesurée en la comparant avec un cratère proche dont on connaîtra le diamètre à l'aide d'un atlas par exemple.

b- Mesure de l'ombre

Le principe de cette méthode est simple: une montagne éclairée par le soleil projette une ombre sur le sol lunaire. En connaissant la hauteur du soleil dans le ciel lunaire à cet endroit et en mesurant la longueur de l'ombre, on détermine la hauteur de la montagne.

Si l'on prend h pour la hauteur du relief considéré, L la longueur de l'ombre et l'angle entre le soleil et le sol lunaire, on aura la relation:

$$H = L \cdot \tan \alpha$$



La mesure de L peut être effectuée comme pour la méthode précédente en comparant la longueur de l'ombre à celle d'un cratère proche dont on connaît le diamètre.
 Pour l'angle α , il existe plusieurs méthodes plus ou moins complexes :

1- On peut obtenir une relation simple :

$$\alpha = L_t - L_p$$

où L_t représentent la longitude sélénographique de terminateur et L_p la longitude sélénographique du point étudié sur la lune.

L_t sera obtenu à l'aide d'un atlas ; L_p est donné par la colongitude sélénographique du soleil C s'il s'agit du terminateur du matin et $C + 180^\circ$ pour celui du soir ; Cette valeur de C peut être donnée soit en repérant sur la photo un relief sur le terminateur puis en utilisant à nouveau un atlas, soit à l'aide de tables de calcul jointes en annexe (source « Atlas de la lune », d'Antonin Rückl édité par Gründ).

Cette première méthode est approximative car elle ne prend pas en compte la position de la terre qui est considérée au zénith du point étudié et la latitude sélénographique du soleil. Les mesures seront meilleures près de l'équateur lunaire.

2- Une méthode plus complexe prend en compte les latitudes et longitudes sélénographiques de la terre et du soleil :

* Notons L_t et l_t les longitudes et latitudes sélénographiques de la terre (dans les éphémérides).

* L_s et l_s les longitudes et latitudes sélénographiques du soleil.

Ces valeurs sont données par les éphémérides ou par les relations suivantes :

$$L_s = L_s' + 180 - L_m$$

$$l_s = -\pi_s * U / \pi l + I * \sin (L_s' - \Omega)$$

Où L_m longitude moyenne de la lune

L_s longitude du soleil en coordonnées écliptiques

π_s parallaxe du soleil = 8,194''

π_l parallaxe de la lune = 3422,62''

U longitude de la lune en coordonnées écliptiques

I inclinaison de l'équateur lunaire avec l'écliptique = 1,534 °

Et Ω longitude du nœud ascendant de l'orbite lunaire = $259^\circ 8' - 69629'' (t - 1900)$

* L_p et l_p les longitudes et latitudes sélénographiques du point étudié sur la lune (obtenues sur un atlas).

* L' la longueur de l'ombre exprimée en rayon lunaire = L / R où $R = 1734$ km.

On aura : $\sin \alpha = \sin l_p * \sin l_s + \cos l_p * \cos l_s * \cos (L_p - L_s)$

Soit en remplaçant L_s par la colongitude C donnée dans les éphémérides :

$$\sin \alpha = \sin l_p * \sin l_s + \cos l_p * \cos l_s * \sin (L_p + C)$$

La hauteur H' exprimée rayon lunaire est :

$$H' = (L' * \sin \alpha / \sin \theta) - (L'^2 * \cos 2\alpha / 2 \sin 2\theta)$$

où θ représente approximativement l'angle entre la terre et le soleil vu depuis le centre de la lune.

$$\cos \theta = \sin l_t * \sin l_s + \cos l_t * \cos l_s * \sin (L_t + C)$$

On obtiendra le résultat final avec:

$$H = R * H'$$